Chapitre 5

Calorimétrie

5.2 Capacité thermique d'un métal

☆☆☆☆ Un bloc métallique de masse M_1 a une température initiale T_{1i}. Il est plongé dans un calorimètre rempli d'une masse M_2 d'eau. Le transfert de chaleur du métal vers l'eau provoque l'augmentation de la température de l'eau d'une température initiale T_{2i} à une température finale T_f. On suppose que la capacité thermique du calorimètre est négligeable et que le bloc et l'eau sont incompressibles. Le système formé du bloc et de l'eau est considéré comme isolé. La capacité thermique massique de l'eau est c_2^*. Déterminer la capacité thermique massique du métal c_1^*.

Application numérique

$M_1 = 0.5$ kg, $M_2 = 1$ kg, $T_{1i} = 120°\text{C}$, $T_{2i} = 16°\text{C}$, $T_f = 20°\text{C}$ and $c_2^* = 4187$ J kg^{-1} K^{-1}.

5.6 Accroissement de la température lors d'un choc

☆☆☆☆ Une sphère métallique de masse M est en chute libre d'une hauteur h. Elle entre en collision avec le sol et reste collée au sol après le choc. Durant le choc, on suppose qu'il n'y a pas de déformation macroscopique de la sphère et qu'il n'y a pas de transfert de chaleur entre la sphère et le sol. Soit i l'état initial juste avant la chute libre et f l'état final juste après la collision (fig. 5.1). Déterminer la variation de température de la sphère $\Delta T_{i\to f}$ durant le choc.

5.10 Trois cylindres

☆☆☆☆ Trois cylindres considérés comme des sous-systèmes simples fermés 1, 2 et 3 de sections identiques A contiennent N moles d'un gaz parfait (fig. 5.2). Les cylindres sont fixés sur une table qui assure un contact thermique entre eux. Le système est maintenu à une température T constante. Les pistons qui

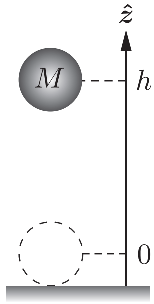

Fig. 5.1 Une sphère métallique de masse M, initialement immobile, a un mouvement de chute libre d'une hauteur h puis s'immobilise au sol.

contiennent le gaz dans chaque cylindre sont montés sur un levier. La masse du levier et les transferts de chaleur entre le gaz et le dispositif mécanique sont négligeables. À chaque instant, le gaz parfait, contenu dans les cylindres de volume V_1, V_2 et V_3, est à l'équilibre mécanique avec les pistons.

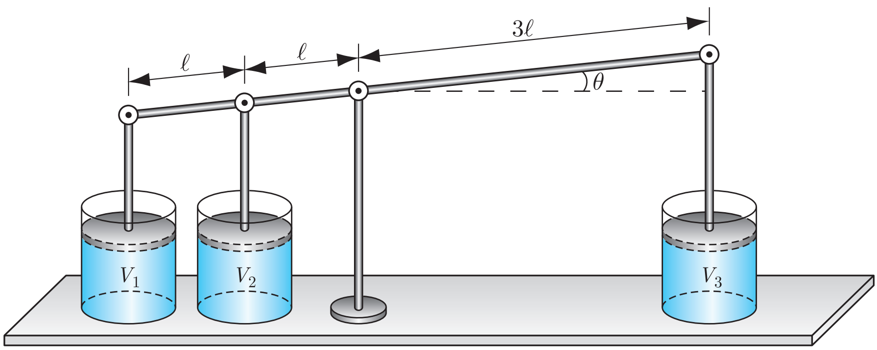

Fig. 5.2 Trois cylindres renferment chacun N moles de gaz. La table assure une température T constante des trois cylindres.

1) Déterminer les forces extérieures $\boldsymbol{F}_1^{\text{ext}}$, $\boldsymbol{F}_2^{\text{ext}}$ et $\boldsymbol{F}_3^{\text{ext}}$ exercées par le gaz sur le levier par l'intermédiaire des pistons et de la barre verticale.
2) En appliquant une loi de conservation mécanique liée au premier principe, établir la condition d'équilibre pour les pressions p_1, p_2 et p_3.
3) Déterminer la relation liant les variations de volume $\Delta V_{1,i\to f}$, $\Delta V_{2,i\to f}$ et $\Delta V_{3,i\to f}$ des sous-systèmes imposées par le levier pour un mouvement d'un état initial i où l'angle d'inclinaison du levier par rapport à l'axe horizontal est nul, c'est-à-dire $\theta = 0$, à un état final f où l'angle d'inclinaison est θ.
4) Déterminer la variation d'énergie interne $\Delta U_{i\to f}$ du système lors d'un mouvement de levier.
5) Montrer que la source d'entropie Σ_S de l'ensemble formé du gaz parfait contenu dans les trois cylindres et des pistons est nulle lors d'un mouvement de levier. On considère ici les pistons comme l'environnement du gaz parfait.

5.11 Relation de Mayer pour un élastique

Un élastique de longueur L est soumis à deux forces élastiques symétriques qui provoquent son élongation (fig. 5.3). L'élastique est considéré comme un système simple constitué d'une seule substance chimique. On suppose que le travail effectué par la force de module f est réversible, ce qui signifie que la norme de la tension de l'élastique est égale à f. Ainsi, le module de la force f peut être considérée comme variable d'état et le travail infinitésimal effectué sur l'élastique par la force de module f s'écrit,

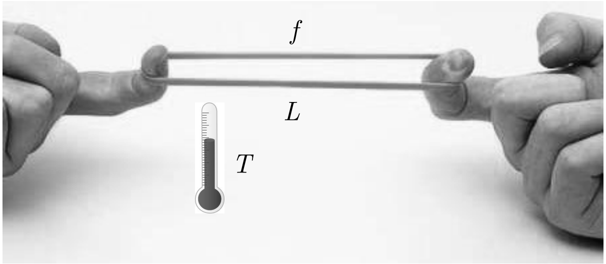

Fig. 5.3 Un élastique de longueur L est soumis à une force résultante de module f qui est égale en norme à la tension.

$$\delta W = f\,dL$$

La différentielle de l'énergie interne s'écrit,

$$dU\left(S,L\right) = \delta Q + \delta W = T\,dS + f\,dL$$

Le coefficient de dilatation à force constante α_f et le coefficient de compressibilité isotherme χ_T de l'élastique sont définis comme,

$$\alpha_f = \frac{1}{L}\,\frac{\partial L\left(T,f\right)}{\partial T} > 0 \qquad \text{et} \qquad \chi_T = \frac{1}{L}\,\frac{\partial L\left(T,f\right)}{\partial f} > 0$$

1) Exprimer la différentielle de la longueur $dL\left(T,f\right)$ en fonction du coefficient de dilatation à force constante α_f et du coefficient de compressibilité isotherme χ_T.
2) Déterminer l'expression de la capacité thermique à longueur constante C_L et de la capacité thermique à force constante C_f en fonction des fonctions entropies $S\left(T,L\right)$ et $S\left(T,f\right)$ respectivement.
3) Déterminer les différentielles de l'énergie libre $dF\left(T,L\right)$ et de l'énergie libre de Gibbs $dG\left(T,f\right)$.
4) Montrer que la chaleur infinitésimale δQ fournie à l'élastique peut être écrite en termes des capacités thermiques comme,

$$\delta Q = C_f\,dT + \alpha_f\,L\,T\,df \qquad \text{et} \qquad \delta Q = C_L\,dT + \frac{\alpha_f}{\chi_T}\,T\,dL$$

5) Montrer que les capacités thermiques C_L et C_f sont liées par la relation de Mayer,

$$C_f - C_L = \frac{\alpha_f^2}{\chi_T} T L$$